

Travaux Dirigés

Mathématiques appliquées aux sciences sociales : Equation du second degré

Célia HACENE
Année 2020 - 2021

Séance de TD N°4

Voici quelques exemples d'exercice et leur correction.

Résoudre une équation du second degré :

Le nombre de solutions d'une équation du second degré dépend de la valeur d'un nombre appelé discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

On distingue 3 cas en fonction de la valeur du discriminant Δ ($\Delta > 0$, $\Delta = 0$ et $\Delta < 0$) :

Discriminant > 0 :

L'équation a 2 solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

On écrit $S = \{x_1 ; x_2\}$

Exemple 1:

Résoudre une équation du second degré : $3x^2 - 5x + 2 = 0$

Solution :

$a = 3$; $b = -5$ et $c = 2$

On calcule Δ :

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-5)^2 - 4 \times 3 \times 2 \\ &= 25 - 24 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$\Delta = 1 > 0$ donc l'équation a 2 solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) + \sqrt{1}}{2 \times 3} = \frac{5 + 1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) - \sqrt{1}}{2 \times 3} = \frac{5 - 1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Donc : $S = \{ 1 ; 2/3 \}$

Exemple 2 :

Résoudre une équation du second degré : $7x^2 - 2x = 0$

Solution :

$a = 7$; $b = -2$ et $c = 0$

On calcule Δ :

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-2)^2 - 4 \times 7 \times 0 \\ &= 4 - 0 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$\Delta = 4 > 0$ donc l'équation a 2 solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) + \sqrt{4}}{2 \times 7} = \frac{2 + 2}{14} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) - \sqrt{4}}{2 \times 7} = \frac{2 - 2}{14} = \frac{0}{14} = 0$$

Donc : $S = \{ 0 ; 2/7 \}$

Discriminant = 0 :

L'équation a une solution double :

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

Exemple :

Résoudre l'équation du second degré suivante : $x^2 - 4x + 4 = 0$

Solution :

$a = 1$; $b = -4$ et $c = 4$

On calcule Δ :

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-4)^2 - 4 \times 1 \times 4 \\ &= 16 - 16 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\Delta = 0$ donc l'équation a une solution double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \times 1} = \frac{4}{2} = 2$$

Donc : $S = \{ 2 \}$

Discriminant < 0 :

L'équation n'a pas de solution dans R.

Exemple 1 :

Résoudre l'équation du second degré suivante : $6x^2 + 3x + 1 = 0$

Solution :

$$a = 6 \quad ; \quad b = 3 \quad \text{et} \quad c = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 3^2 - 4 \times 6 \times 1$$

$$= 9 - 24$$

$$= -15$$

$\Delta = -15 < 0$ donc l'équation n'a pas de solutions dans R.

Exemple 2 :

Résoudre l'équation du second degré suivante : $x^2 + x + 6 = 0$

Solution :

$$a = 1 \quad ; \quad b = 1 \quad \text{et} \quad c = 6$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 1^2 - 4 \times 1 \times 6$$

$$= 1 - 24$$

$$= -23$$

$\Delta = -23 < 0$ donc l'équation n'a pas de solutions dans R.